



C:NS22

7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (ة) أو المسلك:

يسمى باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-2, 2, 8)$ و $B(6, 6, 0)$

و $C(2, -1, 0)$ و $D(0, 1, -1)$ و مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$.

1) حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\vec{OC} \wedge \vec{OD}$ واستنتج أن $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OCD) . 0.75

2) تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2, 4, 4)$ وشعاعها 6 . 0.5

3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) . 0.5

ب- استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) . 0.5

ج- تحقق من أن : $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (OCD) . 0.75

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي

أحاقها على التوالي هي : $a = 2 - 2i$ و $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و $c = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$.

1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b . 1

2) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$.

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R . 0.75

بين أن : $z' = bz$

ب- تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R . 0.5

3) بين أن : $\arg c \equiv \arg a + \arg b [2\pi]$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي c . 0.75

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وتأنيا ثلاث كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : 1.5

A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و B : " الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى " .

بين أن : $P(A) = \frac{3}{44}$ و $P(B) = \frac{3}{11}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.25

ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$. 1.25

التمرين الرابع (2 ن)

نضع : $I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx$ و $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$

(1) أ- تحقق من أن : $\frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x يخالف -3 .

0.25

ب- بين أن : $I = 1 - 3 \ln 2$.

0.75

(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J = -I$.

1

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = 2 \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(I) 1) تحقق من أن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f

0.75

هي \mathbb{R} وأن : $(\forall x \in \mathbb{R}) 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0$.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ln 4$ و أول هذه النتيجة هندسيا .

0.75

(3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1}$ لكل x من \mathbb{R} وتحقق من أن $f'(0) = 0$

1

ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x} - 1$ على \mathbb{R} واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0, +\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty, 0]$.

1

(4) أ- تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = 2x + 2 \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$

0.25

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5

(5) أ- تحقق من أن : $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ لكل x من \mathbb{R} .

0.25

ب- ادرس إشارة كل من $\sqrt{e^x} - 2$ و $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ على \mathbb{R} .

0.5

ج- استنتج أن : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$.

0.25

د- بين أن : $f(x) \leq x$ لكل x من المجال $[0, \ln 4]$.

0.5

(6) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفضول إحداهما أصغر من -1 و أفضول

0.75

الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب ونأخذ $\ln 4 \approx 1,4$.

(II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

(1) بين أن : $0 \leq u_n \leq \ln 4$ لكل n من \mathbb{N} .

0.75

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

0.75

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .

1